

Математика в экономике и бизнесе 2 (промежуточный)

(Образец промежуточных экзаменов)

Основной курс

12 заданий - 12×2,5=30баллов; из 4 приведённых ответов верен только один

1.

1.1. Найти область определения функции $y = \ln(5x + x^2)$

1.2. Найти область определения функции $y = \frac{3x^4 + 8x + 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$

1.3. Найти множество значений функции $y = \sqrt{x^2 - 4x + 29}$

1.4. Найти множество значений функции $y = 7^{x^2+2x+3}$

1.5. Какая из нижеприведённых функций является чётной (**или** является нечётной, **или** не обладает ни свойством чётности, ни свойством нечётности):

а) $y = 5x^3 - 2x + 19$ б) $y = \frac{1}{x^2 + 2}$

в) $y = \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 5}$ г) $y = (2x - 3)^2 - (2x + 3)^2$

2.

2.1. Найти функцию, обратную функции $y = \frac{x + 7}{8}$

2.2. Найти функцию, обратную функции $y = \frac{6x + 1}{5x + 4}$

2.3. Функции $y = g(x)$ является обратной для функции $y = \log_7(6x - 11)$. Найти значение этой обратной функции в точке $x_0 = 2$.

2.4. Функции $y = g(x)$ является обратной для функции $y = 5^{3x-10}$. Найти значение этой обратной функции в точке $x_0 = 25$.

2.5. При каком наименьшем значении параметра a точка $M(a; 3a)$ принадлежит графику функции $y = x^2 + 4x - 12$?

3.

3.1. Цена книги возросла с 13 лари до 15 лари, в связи с чем спрос на неё упал с 600 единиц до 500 единиц. Какова должна быть цена книги, чтобы полный доход был максимальным (зависимость между ценой и спросом линейная)? Чему равен максимальный полный доход?

3.2. Функция спроса $P = -2Q + 80$, фиксированный расход 70 единиц, переменный расход 8 единиц. При каком наибольшем объёме производства предприятие будет работать на нулевом пределе?

3.3. Функция спроса $P = -Q + 50$, средние затраты $(AC) = 6 + \frac{20}{Q}$. При каком минимальном

количестве продукции прибыль предприятия будет равна 64 единицам?

3.4. Функция спроса $P = -3Q + 30$, фиксированные расходы 20 единиц, а переменные 2 единицы. При каком максимальном количестве продукции убыток предприятия будет равна 11 единицам?

4.

4.1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 1}{5x^2 - 6}$ или $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 1}{\sqrt{5x - 9} + 3}$

4.2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} 2^{4x^2+x-30}$ или $\lim_{x \rightarrow -5} \log_7(3x^2 + 10x + 24)$

4.3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \left(11x^2 - \frac{9}{|x^2 - 4|} \right)$ или $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{25x^2 + 12}}{10x + 1}$

4.4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 3}}{\sqrt{x + 5}}$ или $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{11x + \sqrt{6x + 17}}{\sqrt{x - 2} + 3x^2}$

5.

5.1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 6}$ или $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{4}{x} - \frac{8}{x+4}}{4-x}$

5.2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{9 + 9x^3}{(x+1)(4x-2)}$

5.3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x + 20}{\sqrt{x + 21} - 4}$ или $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9x^2 + 7x} - \sqrt{9x^2 + 7x} \right)$

5.4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3}{(x+2)(2x-3)} - \frac{6}{(x+2)(5x-4)} \right)$

5.5. Найти значение параметра a , если $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2a-1)x^2 - 2ax}{(3a+5)x^2 + 12a} = -2$.

6.

6.1. Данна функция $f(x) = \frac{\sqrt{5x-x}}{x-5}$. Тогда

- а) точка $x_0 = 5$ есть устранимая точка разрыва I рода функции f
- б) точка $x_0 = 5$ есть неустранимая точка разрыва I рода функции f и в точке $x_0 = 5$ функция f имеет скачок
- в) точка $x_0 = 5$ есть точка разрыва II рода функции f
- г) в точке $x_0 = 5$ функция непрерывна

6.2. Найти точки разрыва II рода функции $f(x) = \frac{x^3 - x}{(x+1)(x-7)}$

6.3. Найти значение параметра a , при котором скачок функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x} - 3x, & x \leq -5 \\ 6x + ax^2 + 20, & x > 5 \end{cases}$$

в точке $x_0 = -5$ равен 10.

6.4. Данна функция $f(x) = \begin{cases} \log_2 \frac{x}{8}, & 0 < x < 4 \\ e^{x-4} + 5, & 4 \leq x \leq 12 \end{cases}$. Найти среднее арифметическое левого и правого

предела этой функции в точке $x_0 = 4$.

6.5. Найти значение параметра a , при котором функция

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x}{25 - x^2}, & x \neq -5 \\ 4a - 3, & x = -5 \end{cases}$$

будет непрерывной в точке $x_0 = -5$

7.

7.1. Найти $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, если x меняется от 1 до 43 и $y = 84 \log_7(x+6) - 1$.

7.2. Найти $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, если x меняется от 4 до 9 и $y = 5^{\sqrt{x}-1} + x - 1$.

7.3. Найти значение производной функции $f(x) = \frac{16}{x} - 2x + \frac{8}{x^2} + 1$ в точке $x = 2$.

7.4. Найти значение производной функции $f(x) = 4\sqrt{x} - 6\ln x + 4\sqrt[3]{x}$ в точке $x = 1$.

7.5. Найти значение производной функции $f(x) = (5x^2 - 2x + 3)e^x$ в точке $x = 0$.

7.6. Найти значение производной функции $f(x) = \frac{3x - 7 \ln x}{x^2 + 5}$ в точке $x = 1$.

8.

8.1. В точке $M(3; -21)$ к графику функции $y = \frac{5x+6}{3x-10}$ проведена касательная. Найти уравнение этой касательной.

8.2. В точке $M(1; -20)$ к графику функции $y = -2x^3 + 5x^2 + 6x - 29$ проведена касательная. Найти уравнение этой касательной.

8.3. Найти производную функции $y = \ln(5x^2 + 6\sqrt{x})$.

8.4. Найти производную функции $y = x^5 \ln^2 x$.

8.5. Найти производную функции $y = x e^{x^2 + 5x}$.

8.6. Найти производную функции $y = 8\sqrt[5]{(6x-1)^4}$.

8.7. Найти дифференциал функции $y = \lg \frac{e^x + 3}{x^2 + 1}$.

8.8. Найти дифференциал функции $y = x^6 7^{x-3}$.

9.

9.1. Функция спроса $P = \frac{200}{\sqrt{21+Q}}$. Найти значение маржинальной функции дохода при $Q = 4$.

9.2. Функция спроса $P = \sqrt[3]{1000 - 10Q}$. Найти маржинальную функцию дохода.

9.3. Функция спроса $Q = 100e^{-0.2P}$. Найти маржинальную функцию дохода (MR) (как функцию переменной Q) и значение (MR)(10).

9.4. Функция полных затрат $(TC) = 7Q + 20$, а функция полного дохода $(TR) = 60 \ln(1 + 70Q^2)$. Найти значение маржинальной прибыли при $Q = 5$.

9.5. Функция спроса $P = \sqrt{500 - 2Q}$. Найти маржинальную функцию дохода (MR) и её значение (MR)(10).

9.6. Функция спроса $P = \sqrt{125 - Q^2}$. Найти маржинальную функцию дохода при $Q = 10$.

9.7. Функция спроса $P = \frac{1}{\sqrt{100 + 2Q^2}}$. Найти маржинальную функцию дохода.

10.

10.1. Средние затраты производства $(AC) = 10Q + 5 + \frac{25}{Q}$. Найти приближённое значение изменения полных затрат с помощью маржинальной функции затрат, если количество продукции уменьшилось от $Q_1 = 9$ до $Q_2 = 7$ (**или** возросло с $Q_1 = 7$ до $Q_2 = 9$).

10.2. Функция спроса $P = -4Q + 60$. С помощью маржинального дохода вычислить изменение полного дохода, если количество продукции возросло с $Q_1 = 10$ до $Q_2 = 14$ (**или** уменьшилось от $Q_1 = 14$ до $Q_2 = 10$).

10.3. Функция спроса $P = -2Q^2 - 11Q + 990$. Каково процентное изменение спроса, если $Q = 16$ и процентное изменение цены 3.2%?

10.4. Функция предложения $Q = 0,06P^2 + 2P + 3$. Каково процентное изменение предложения, если $P = 14$ и процентное изменение цены 8.5%?

10.5. Функция спроса $P = \sqrt{900 - 50Q}$. Вычислить (предельную) эластичность спроса относительно цены, если $P = 20$.

10.6. Функция спроса $P = 500 - 70 \ln(Q + 35)$. Вычислить (предельную) эластичность спроса относительно цены, если $Q = 20$.

11.

11.1. Найти промежуток убывания функции $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$.

11.2. Найти промежуток возрастания функции $f(x) = \ln(9 - x^2)$.

11.3. Найти промежуток убывания (возрастания) функции $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 13}$.

11.4. Найти экстремум функции $f(x) = e^{x^2 - 2x}$.

11.5. Найти экстремум функции $f(x) = \ln x - 2x^2$.

11.6. Функция затрат $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 - 360Q + 425$. При каком объёме Q производства затраты будут минимальными (**или** найти минимальные затраты)

12.

12.1. Найти промежуток выпуклости графика функции $f(x) = xe^{-5x}$.

12.2. Найти промежуток вогнутости графика функции $f(x) = (x - 2)\ln x$.

12.3. Найти промежуток выпуклости (**или** вогнутости) графика функции $f(x) = x^4 + 10x^2 - 18x + 67$.

12.4. Найти абсциссы точек перегиба графика функции $f(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{6} - x^2 + 8x - 22$.

12.5. Найти абсциссы точек перегиба графика функции $f(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{12} + 8x - 17$.

12.6. Найти значение параметра a , если известно, что $x = 1$ есть абсцисса точки перегиба функции $f(x) = x^2 - a \ln x$.