

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ 2 (финал) – образец

40 баллов (16 x 2,5)

1. Непрерывность функции, точки разрыва

1.1. Дана функция $f(x) = \frac{\sqrt{5x-x}}{x-5}$. Что истинно :

- а) точка $x_0 = 5$ есть устранимая точка разрыва (I рода) функции f ;
- б) точка $x_0 = 5$ есть точка разрыва I рода, в которой функции f имеет скачок;
- с) точка $x_0 = 5$ есть точка разрыва II рода функции f ;
- д) в точке $x_0 = 5$ функция f непрерывна ?

1.2. Найти точки разрыва II рода функции $f(x) = \frac{x^3 - x}{(x+1)(x-7)}$.

- а) $x \in \emptyset$
- б) $x = 7$
- с) $x = -1$ и $x = 7$
- д) $x = -1$

1.3. Сколько точек разрыва имеет функция $f(x) = \begin{cases} \frac{16}{x+6} - 3^x, & x \leq 2 \\ 3e^{x-2} - \frac{20}{x}, & x > 2 \end{cases}$?

- а) 0
- б) 3
- с) 1
- д) 2

1.4. Функция f такова, что $f(x_0-) = -8$ и $f(x_0+) = 8$. Тогда:

- а) точка x_0 есть устранимая точка разрыва I рода функции f ;
- б) б) точка x_0 есть точка разрыва I рода, в которой функции f имеет скачок;
- с) функция f непрерывна в точке x_0 ;
- д) точка x_0 есть точка разрыва II рода функции f .

1.5. Найти значение параметра a , при котором функция $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x, & x \neq -5 \\ 4a - 3, & x = -5 \end{cases}$ является непрерывной в точке $x_0 = -5$.

- a) 5/8 b) 1/8 c) 5/6 d) 7/6

2. Функция спроса и функция полного дохода

2.1-2.2. $P = f_D(Q)$ есть функция спроса. Известно, что увеличение цены на 1,5 % вызывает уменьшение спроса на 2%. Найти изменение полного дохода в процентах.

- a) возрастёт на 0,54% b) уменьшится на 0,53%
c) уменьшится на 0,63%. d) возрастёт на 0,62%

2.3.-2.5. $P = f_D(Q)$ есть функция спроса. Известно, что уменьшение цены на 4% вызывает увеличение спроса на 5%. Найти изменение полного дохода в процентах.

- a) возрастёт на 0,8% b) уменьшится на 0,72%
c) уменьшится на 1,2%. d) возрастёт на 0,7%

3. Производная функции

3.1. Найти значение производной функции $f(x) = (5x^2 + 2x - 1)e^x$ в точке $x=0$.

- a) 3 b) 1 c) -4 d) -2

3.2. Найти значение производной функции $f(x) = (9^x + 3x - 6)\ln x$ в точке $x=1$.

- a) 10 b) 9 c) 6 d) 7

3.3. Найти значение производной функции $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+5x+5}$ в точке $x=-1$.

- a) -14 b) 12 c) 5 d) 15

3.4. Найти значение производной функции $f(x) = \frac{2x-3\ln x}{2x^2-1}$ в точке $x=1$.

- a) -9 b) -6 c) -4 d) -8

3.5. Найти значение производной функции $f(x) = \sqrt[3]{4\sqrt{x^9}} - 8$ в точке $x=16$.

a) 1/6

b) 5/6

c) 3/8

d) 2/3

4. Экстремумы функции

4.1. Найти экстремум функции $f(x) = e^{x^2-8x}$.

a) $f_{\min} = f(4) = e^{-16}$

b) $f_{\max} = f(4) = e^{-16}$

c) $f_{\min} = f(1) = e^{-7}$

d) $f_{\max} = f(0) = 1$

4.2. Найти экстремум функции $f(x) = \ln x - 2x^2$.

a) экстремумов нет

b) $f_{\max} = f(1/2) = -\ln 2 - 1/2$

c) $f_{\min} = f(2) = \ln 2 - 8$

d) $f_{\min} = f(1) = -2$

4.3. Найти экстремум функции $f(x) = 4x^3 + 3x$.

a) $f_{\min} = f(-1) = -7$

b) $f_{\max} = f(1) = 7$

c) экстремумов нет

d) $f_{\min} = f(1) = 7$

4.4. Дана функция расходов $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 + 36Q + 425$, где Q - объём продукции. При каком объёме производства расходы будут минимальными?

a) 8

b) 1

c) 4

d) 6

4.5. Дана функция расходов $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 + 36Q + 425$, где Q - объём продукции. Найти минимальные расходы производства.

a) 317

b) 326

c) 348

d) 305

5. Наибольшее и наименьшее значение функции на сегменте

5.1.-5.3. Найти наибольшее значение функции $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$ на сегменте $[0; 3]$.

Ответ: 17

5.4.-5.5. Найти наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ на сегменте $[-1; 2]$.

Ответ: -11

6. Асимптоты графика функции

6.1. Найти абсциссу точки пересечения наклонной асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{5x^2 - 2x}{x + 4} \text{ с осью } OX.$$

Ответ: 4,4

6.2. Найти ординату точки пересечения наклонной асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{5x^2 - 2x}{x + 4} \text{ с осью } OY.$$

Ответ: -22

6.3. Найти ординату точки пересечения асимптот графика функции $f(x) = \frac{5x^2 - 2x}{x + 4}$

Ответ: -42

6.4. Найти угловой коэффициент k наклонной асимптоты $y = kx + b$ графика

функции $f(x) = \sqrt{4x^2 + 24x} - 6x$ при $x \rightarrow +\infty$.

Ответ: -4

6.5. Найти параметр b наклонной асимптоты $y = kx + b$ графика функции

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 24x} - 6x \text{ при } x \rightarrow +\infty.$$

Ответ: 6

7. Частные производные функции

7.1. Найти $f'_x(-2;1)$, если $f(x,y) = (y^2 - 2)e^{4x^2 + 7x - 2}$

Ответ: 9

7.2. Найти $f'_y(-3;2)$, если $f(x,y)=(3-x^2)\ln(2+y^2)$

Ответ: -4

7.3. Найти $f'_y(-3;1)$, если $f(x,y)=\frac{2x^2-16}{x+4y}$

Ответ: -8

7.4. Найти $f'_x(1;0)$, если $f(x,y)=\frac{2y^3+10}{3x-e^y}$

Ответ: -7.5

7.5. Найти $f'_y(1;-1)$, если $f(x,y)=24\sqrt{3x^4y^2+y^2+12}$

Ответ: -24

8. Частные производные второго порядка

8.1. Найти $f''_{xx}(1;-1)$, если $f(x,y)=45\ln(2x^2+y^2)$

Ответ: -20

8.2. Найти $f''_{yy}(2;-1)$, если $f(x,y)=\ln(x^4+3xy)$

Ответ: -0.36

8.3-8.4. Найти $f''_{yx}(4;-2)$, если $f(x,y)=\frac{5-4x}{9+3y-y^2}$

Ответ: 28

8.5. Найти $f''_{xy}(-2;4)$, если $f(x,y)=\frac{3-24y}{10+3x-2x^2}$

Ответ: 16.5

9. Частные эластичности функции спроса

9.1-9.2. Дана функция спроса $Q = f(P, P_A, Y) = 3000 - 4P^2 + 10P_A - 0,01Y^2$. Найти E_P , если $P = 15, P_A = 30, Y = 200$.

Ответ: 0,9

9.3. Дана функция спроса $Q = f(P, P_A, Y) = 3000 - 4P^2 + 10P_A - 0,01Y^2$. Найти E_Y , если $P = 15, P_A = 30, Y = 200$.

Ответ: 0,4

9.4-9.5. Дана функция спроса $Q = f(P, P_A, Y) = 2400 - 20P + 4P_A^2 - 0,01Y^2$. Найти E_{P_A} , если $P = 25, P_A = 15, Y = 200$.

Ответ: 0,75

10. Экстремумы функции многих переменных

10.1.-10.3. Фирма производит два вида продукции. Цена единицы продукции первого вида равна $P_1 = 200$, а второго - $P_2 = 250$. Найти максимальную прибыль, если полные затраты задаются функцией $(TC) = Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2$.

Ответ: 17500

10.4-10.5. Фирма производит два вида продукции. $P_1 = 120 - 2Q_1$ и $P_2 = 90 - Q_2$ соответствующие функции спроса для этих продуктов. Найти максимальную прибыль, если полные затраты производства задаются функцией $(TC) = 30 + 20(Q_1 + Q_2)$.

Ответ: 2445

11. Неопределённые интегралы

11.1. Найти неопределённый интеграл $\int (\frac{1}{2x} + e^{3x} + 6x^2) dx$.

a) $\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{3} e^{3x} + 2x^3 + C$

b) $2 \ln|x| + \frac{1}{3} e^{3x} + 2x^3 + C$

c) $\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{3} e^{3x} + x^3 + C$

d) $\frac{1}{2} \ln|x| + 3e^{3x} + 2x^3 + C$

11.2. Найти неопределённый интеграл $\int (\frac{4}{\sqrt{x}} + 7^{\frac{x}{2}} - 11) dx$

a) $8\sqrt{x} + 2 \cdot 7^{\frac{x}{2}} \ln 7 - 11x + C$

b) $8\sqrt{x} + \frac{2}{\ln 7} \cdot 7^{\frac{x}{2}} - 11x + C$

c) $2\sqrt{x} + \frac{2}{\ln 7} \cdot 7^{\frac{x}{2}} - 11x + C$

d) $8\sqrt{x} + 2 \ln 7 \cdot 7^{\frac{x}{2}} - 11x + C$

11.3. Найти неопределённый интеграл $\int (\frac{2}{x^2} + e^{8x} + 1) dx$

a) $-\frac{2}{x} + 8e^{8x} + x + C$

b) $-\frac{4}{x} + 8e^{8x} + x + C$

c) $-\frac{2}{x} + \frac{1}{8} e^{8x} + x + C$

d) $-\frac{4}{x} + \frac{1}{8} e^{8x} + x + C$

11.4. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{(2 - \sqrt{x})^2}{x} dx$

a) $\ln|x| + 8\sqrt{x} + x + C$

b) $4 \ln|x| - 2\sqrt{x} + x + C$

c) $2 \ln|x| - 4\sqrt{x} + 2x + C$

d) $4 \ln|x| - 8\sqrt{x} + x + C$

11.5. Найти неопределённый интеграл $\int (\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x})^2 dx$

a) $\frac{1}{x} - 2x + \frac{x^2}{2} + C$

b) $\ln x + 2x + \frac{x^2}{4} + C$

c) $\ln x - 2x + \frac{x^2}{2} + C$

d) $2 \ln x + 2x + \frac{x^2}{2} + C$

12. Неопределённый интеграл (метод подстановки)

12.1. Найти неопределённый интеграл $\int \sqrt{11-6x} \, dx$

- a) $\frac{1}{6}\sqrt{(11-6x)^3} + C$ b) $-\frac{2}{3}\sqrt{(11-6x)^3} + C$
c) $\frac{1}{9}\sqrt{(11-6x)^3} + C$ d) $-\frac{1}{9}\sqrt{(11-6x)^3} + C$

12.2. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{1}{\sqrt[3]{9+8x}} \, dx$

- a) $-\frac{3}{8}\sqrt[3]{(9+8x)^2} + C$ b) $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(9+8x)} + C$
c) $\frac{3}{16}\sqrt[3]{(9+8x)^2} + C$ d) $\frac{3}{8}\sqrt[3]{(9+8x)^2} + C$

12.3. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{x}{\sqrt[5]{1+3x^2}} \, dx$

- a) $\frac{5}{24}\sqrt[5]{(1+3x^2)^4} + C$ b) $\frac{5}{9}\sqrt[5]{(1+3x^2)^3} + C$
c) $-\frac{5}{12}\sqrt[5]{(1+3x^2)^3} + C$ d) $\frac{5}{9}\sqrt[5]{(1+3x^2)^4} + C$

12.4. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{1}{12x+5} \, dx$

- a) $\frac{1}{5}\ln|12x+5| + C$ b) $\frac{1}{12}\ln|12x+5| + C$
c) $\frac{1}{5}(12x+5)^{-2} + C$ d) $\frac{1}{12}(12x+5)^{-2} + C$

12.5. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{1}{(3x+1)^6} \, dx$

- a) $-\frac{1}{21}(3x+1)^{-7} + C$ b) $\frac{1}{18}(3x+1)^{-5} + C$
c) $-\frac{1}{15}(3x+1)^{-5} + C$ d) $-\frac{1}{15}(3x+1)^{-7} + C$

13. Неопределённый интеграл (интегрирование по частям)

13.1. Найти неопределённый интеграл $\int x 3^x dx$

a) $\frac{x^2}{2} \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln^2 3} + C$

b) $x \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln^2 3} + C$

c) $x \frac{3^x}{\ln^2 3} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

d) $\frac{x^2}{2} \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

13.2. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{1}{x^3} \ln x dx$

a) $-\frac{1}{4x^2} \ln x + \frac{1}{2x^2} + C$

b) $-\frac{1}{3x^2} \ln x + \frac{1}{2x^2} + C$

c) $-\frac{1}{2x^2} \ln x - \frac{1}{4x^2} + C$

d) $-\frac{1}{2x^2} \ln x + \frac{1}{4x^2} + C$

13.3. Найти неопределённый интеграл $\int x e^{3x} dx$

a) $\frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{6} e^{3x} + C$

b) $3x e^{3x} - 9e^{3x} + C$

c) $\frac{x^2}{6} e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

d) $\frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

13.4. Найти неопределённый интеграл $\int \log_8 x dx$

a) $x \log_8 x - \frac{x}{\ln 8} + C$

b) $x \log_8 x - x \ln 8 + C$

c) $-x \log_8 x + \frac{x}{\ln 8} + C$

d) $-x \log_8 x - x \ln 8 + C$

13.5. Найти неопределённый интеграл $\int \sqrt{x} \ln x dx$

a) $\frac{2}{3} \sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9} \sqrt{x^3} + C$

b) $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C$

c) $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{4}{9} \sqrt{x^3} + C$

d) $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{2}{9} \sqrt{x} + C$

14. Определённые интегралы

14.1. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{1/4} (4x-1)^4 dx$

Ответ: 0.05

14.2. Вычислить определённый интеграл $\int_e^{e^2} \frac{10dx}{x \ln^3 x}$

Ответ: 3.75

14.3. Вычислить определённый интеграл $\int_{-3}^0 6\sqrt{x+4} dx$

Ответ: 28

14.4. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{8x+1}}$

Ответ: 0,5

14.5. Вычислить определённый интеграл $\int_1^3 \frac{dx}{(2x-1)^3}$

Ответ: 0,24

15. Первообразная функция

15.1. Маржинальные затраты производства задаются функцией

$(MC) = 0.6Q^2 + 4,6Q + 14$, а фиксированные равны 200 \$. Найти полные затраты, соответствующие производству первых 20 единиц продукции.

- a) 3000 b) 3240 c) 3160 d) 2860

15.2. Маржинальные затраты производства задаются функцией

$(MC) = 0.3Q^2 + 8Q + 20$. Найти полные затраты, соответствующие производству первых 10 единиц продукции, если на производство первой единицы продукции расходуется 224,1 \$.

- a) 880 b) 900 c) 930 d) 870

15.3. Найти полные затраты (TC) , если маржинальные затраты задаются функцией $(MC) = 6e^{0,3Q}$, а фиксированные затраты равны 30 \$.

a) $(TC) = 10e^{0,3Q} + 20$

b) $(TC) = 5e^{0,3Q} + 25$

c) $(TC) = 20e^{0,3Q} + 10$

d) $(TC) = 15e^{0,3Q} + 15$

15.4. Найти функцию полного дохода (TR) , если маржинальная функция дохода

$$(MR) = \frac{12}{\sqrt{Q+9}}.$$

a) $(TR) = 6(\sqrt{Q+9} - 2)$

b) $(TR) = 24(\sqrt{Q+9} - 3)$

c) $(TR) = 12(\sqrt{Q+9} - 1)$

d) $(TR) = 18(\sqrt{Q+9} - 2)$

15.5. Найти функцию спроса $P = f_D(Q)$, если маржинальная функция дохода

$$(MR) = \frac{12}{\sqrt{Q+9}}.$$

a) $P = \frac{24(\sqrt{Q+9} - 3)}{Q}$

b) $P = \frac{12\sqrt{Q+9} - 36}{Q}$

c) $P = \frac{12}{\sqrt{Q+9} + 6}$

d) $P = \frac{24(\sqrt{Q+9} - 2)}{Q}$

16. Определённый интеграл (вычисление площади плоской фигуры)

16.1.-16.2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 5x^2 + x$ и $y = -2x^2 + 8x$ (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 1.2

16.3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2 - 4x$ и $y = 2x$ (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 36

16.4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 2x^2 + x$ и $y = x + 8$ (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 21.3

16.5. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 2x^2 - 6$ и $y = 2x - 6$ (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 0.3